**Quiz 4**

Αγγέλου Αρετή-Χριστίνα

Αεμ:789

1. C

Εστω y=ax + b και σημεία (x1,y1),(x2,y2),(x3,y3)

E2(X) = (y1 -ax1 –b)2 + (y2 –ax2 –b)2 + (y3 –ax3 –b)2 = (y1 –f(x1))2 + (y2 –f(x2))2 + (y3 –f(x3))2

Γενικεύοντας έχουμε E2(X) = i – f(xi)]2

1. C

1 1 1

A= 1 20 b= 400 ΑΤ = 1 1 1 1

1. 30 800 1 20 30 40

1 40 1300

ΑΤ Α= 4 90

90 2901

ΑΤ b= 2501

84001

ΑΤ Αx = ΑΤ b => 4 90 a0  = 2501 => a1=31.65

90 2901 a1 84001

1. B

1 1

A= 20 b= 400 ΑΤ = 1 20 30 40

30 800

40 1300

ΑΤ Α= 2901

ΑΤ b= 84001

ΑΤ Αa = ΑΤ b => 2901a=84001 => a=28.95

1. C

Βρίσκω τα 2  για κάθε επιλογή και επιλέγω την μικρότερη

α) (60∙1- 1200 -1)2 + (60∙10 - 1200 -100)2 + (60∙20 - 1200 -400)2 + (60∙30- 1200 -600)2 + (60∙40 - 1200 -1200)2 = 1951881

b) (30∙1- 200 -1)2 + (30∙10 - 200 -100)2 + (30∙20 - 200 -400)2 +(30∙30- 200 -600)2 + (30∙40 - 200 -1200)2 = 79241

c) (29.6481- 139.43 -1)2 + (29.64810- 139.43 -100)2 + (29.64820- 139.43 -400)2 + (29.64830- 139.43 -600)2 + (29.64840- 139.43 -1200)2 = 64547.86

d) (22.782∙1 +1 -1)2 +(22.782∙10 +1 -100)2 +(22.782∙20 +1 -400)2 +(22.782∙30 +1 -600)2 + (22.782∙40 +1 -1200)2 =248569.73

1. A) Οι συνθήκες είναι : =0 , =0

1 x1

1 x2

Αν Α= . . και x = a0

. . a1

1 xn

πρέπει να ισχύει ΑΤΑx=ΑΤb δηλαδή το διάνυσμα p=b-Ax να ανήκει στον αριστερό μηδενόχωρο του χώρου στηλών του Α. Άρα πρέπει να ΑΤΑx=ΑΤb => x= (ΑΤΑ)-1ATb Απ’ όπου βγαίνει : a0= a1=

B) =-2 +2 +2

=2 = 2nb2 >0

=2 -2 -2

= 2n >0 =-2nb

- 2=(2nb2)(2n)-(4n2b2) = 0 άρα το ακρότατο καθορίζεται από το πρόσημο του τρίτου όρου του πολυωνύμου Taylor.

Και επειδή .>0 και η συνάρτηση στρέφει τα κοίλα προς τα πάνω άρα έχει ελάχιστο.

Γ) το διάνυσμα b προβάλλεται σε ένα σημείο στο χώρο στηλών του Α γι’ αυτό έχουμε μοναδικότητα.

1. Α) c= i = [4-(a0+a1x)] + [6-( a0+a1x)] + [6-( a0+a1x)] +[8-( a0+a1x)]

= -4a1 => a1=0

c=(4+6+6+8) - 4a1 => c= 24- 4a0 =0 άρα η ελάχιστη τιμή του c είναι a0=6

Άρα y=6

B) i|= |4-(a0+a1x)| + |6-( a0+a1x)| + |6-( a0+a1x)| + |8-( a0+a1x)|

Λόγω απολύτων τιμών πρέπει ο κάθε όρος να γίνει απολύτως ελάχιστος. Εφαρμόζω μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.

1 2

Α= 1 3 ,ΑΤ = 1 1 1 1 , ΑΤΑ= 4 10 , ΑΤb= 24 , x = a0

1 2 2 3 2 3 10 26 62 a1

1. 3

ΑΤΑx=ΑΤb => a1 =1 και a0 = 3,5

y=3,5+ x

1. A,C

y = aebx

lny=ln(aebx)

lny=lna + lnebx

lny=lna + bxlne

lny=lna + bx

**9)** α,β,δ,ε

α)ΑΤr=0 : το r είναι κάθετο σε οποιοδήποτε διάνυσμα της μορφής Ax

β) r κάθετο στο range(A)

δ) 2xTATA–2bAT=0 η ATAx=ATb

f(x)=||r||22=(r,r)=(b-Ax,b-Ax)=bTb-2xTATb+xTATAx

f(x)=0 ⬄2ATAx-2ATb=0 ⬄ ATAx=ATb



ε) Το πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων έχει λύση και είναι μοναδική αν Α είναι πλήρης τάξης.

**12)** Έχουμε τον πίνακα

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του Α είναι:

det(A-λI)=0 => = 0=> (1-λ) +1=0 =>

(1-λ)((2-λ)(1-λ)-(-1)(-1))+((-1)(1-λ)-0)=1-3λ+λ2-λ+3λ2-λ3-1+λ=0 =>

-λ3 +4λ2-3λ=0

οι ιδιοτιμές του είναι : λ=0, λ= 1, λ=3

για λ=0 = x1= x2, x2= x3, με ιδιοδιάνυσμα

για λ=1 = 0= x2, x1= -x3, με ιδιοδιάνυσμα

για λ=3 = -2x1= x2, x2= -2x3, με ιδιοδιάνυσμα